Cours 4 – 19/09/2024

1. Introduction

1.3. Cinématique

1.3.h. Trajectoire, équation horaire

1.3.i. Trajectoire, équation horaire

2. Lois de Newton

2.1. Quantité de mouvement : 1ère loi de Newton

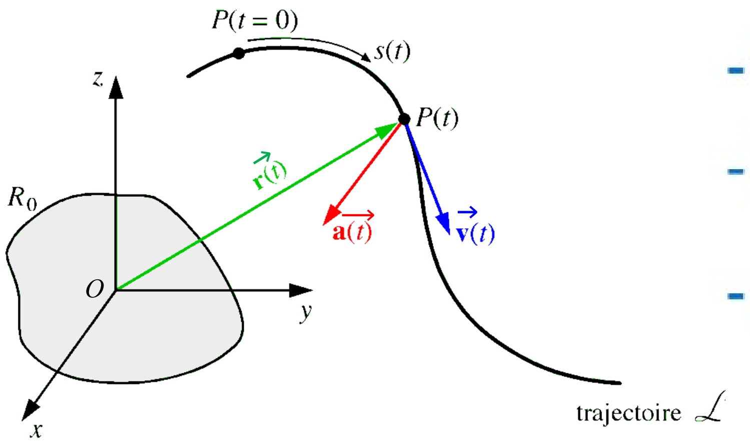
2.2. Conservation de la quantité de mouvement : 2nd loi de Newton

2.3. Action-réaction : 3ème loi de Newton

$$\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \dot{\vec{p}} = \sum_i \overrightarrow{F_{ext,i}} = \overrightarrow{F_{ext}}}$$

1.3.i. Trajectoire, équation horaire

Equations du mouvement



- le vecteur « position » $\vec{r}$
- le vecteur « vitesse » $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$
- le vecteur « accélération » $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}$

Le mouvement de P, dans le repère R_O, est donné par les équations paramétriques du mouvement, qui sont obtenues par la projection du vecteur position dans le repère :

$$\overrightarrow{\mathbf{r}(t)} = \overrightarrow{OP(t)} \xrightarrow[\text{sur un repère}]{\text{en projetant}} \boxed{\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}}$$

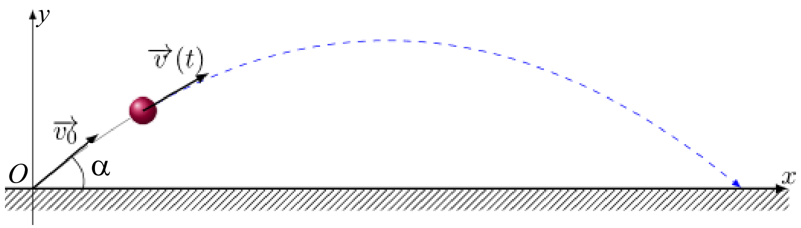
Equations du mouvement

(ou équations paramétriques du mouvement)

1.3.i. Trajectoire, équation horaire

■ Equations du mouvement (exemple tir parabolique)

<u>Exemple</u> : tir parabolique
avec un vecteur vitesse $\overrightarrow{v_0}$
à l'origine en O.



$$x(t) = v_0 \cos\alpha \, t$$
$$y(t) = v_0 \sin\alpha \, t - \frac{1}{2} g t^2$$

Equations paramétriques
(ces expressions seront démontrées plus tard)

■ Equation intrinsèque de la trajectoire

$$y(t) = v_0 \sin\alpha \;\; t - \frac{1}{2} g t^2$$

on élimine le temps en posant $t = x / (v_0 \cos\alpha)$

$$y(x) = x \tan\alpha - x^2 \frac{g}{2v_0^2} \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

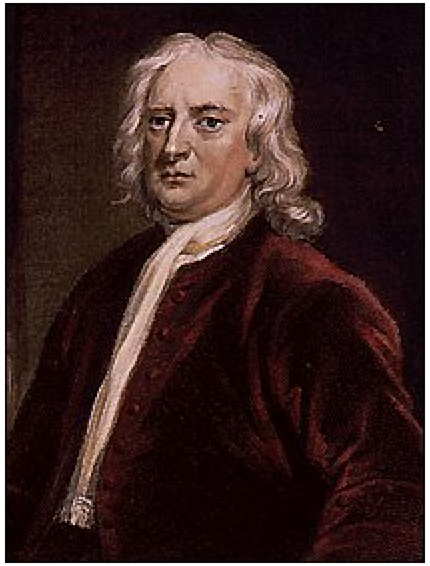
Equation de la trajectoire
la trajectoire est la « trace » du déplacement

2. Lois de Newton

- **Dynamique du mouvement** :

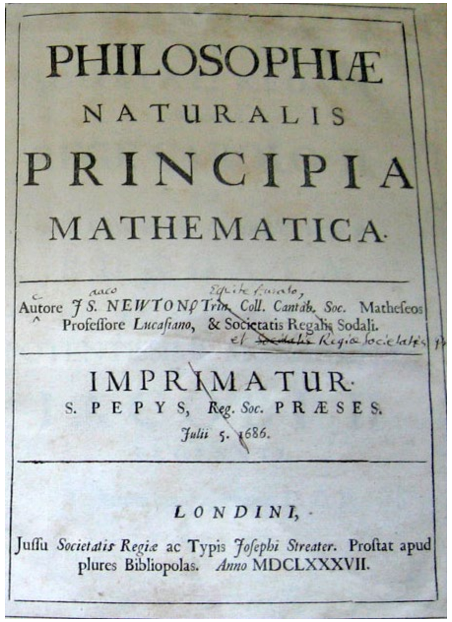
  la dynamique consiste à étudier les causes du mouvements

  → Relation entre forces (interactions) et masse



Newton (1642 - 1727)

"**Philosophiae naturalis principia mathematica**", paru en 1687, contient l'énoncé de la loi de la gravitation universelle et celui des trois fameuses lois de Newton.



PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

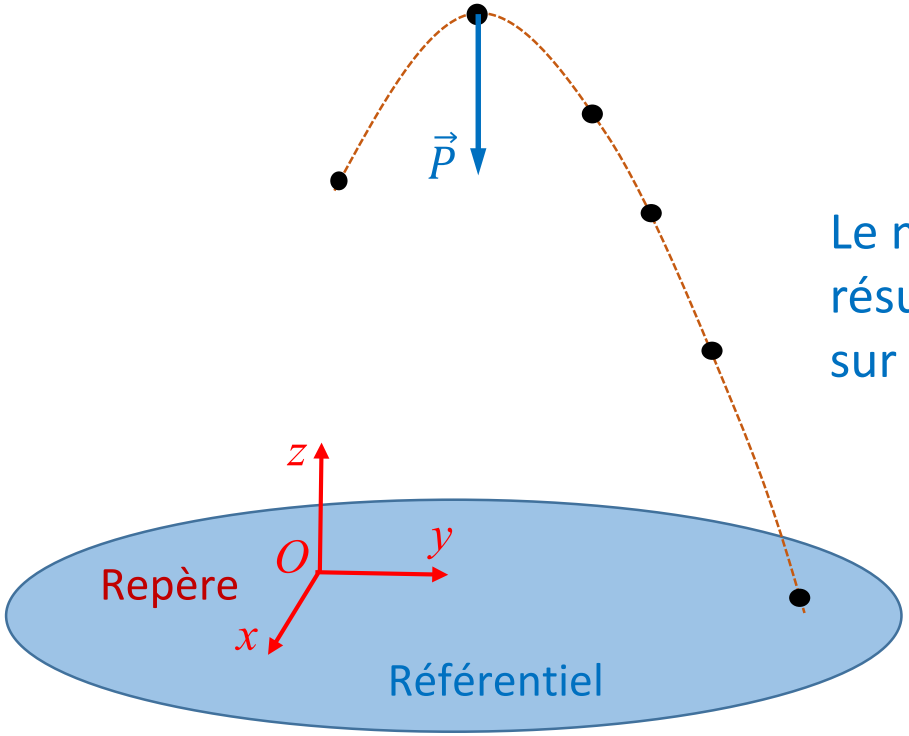
Autore J. S. NEWTONO, Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, Reg. Soc. PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,
Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostat apud plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.

2. Lois de Newton

Mécanique du point : pour décrire le mouvement d'un objet, nous simplifions le « monde réel » en associant cet objet à un point matériel possédant une masse m.



Le mouvement (la trajectoire) est le résultat des forces qui s'appliquent sur le point de masse m.

La trajectoire du point est étudiée dans un repère placé dans un référentiel.

2.1. Quantité de mouvement : $1^{ère}$ loi de Newton

$1^{ère}$ loi de Newton

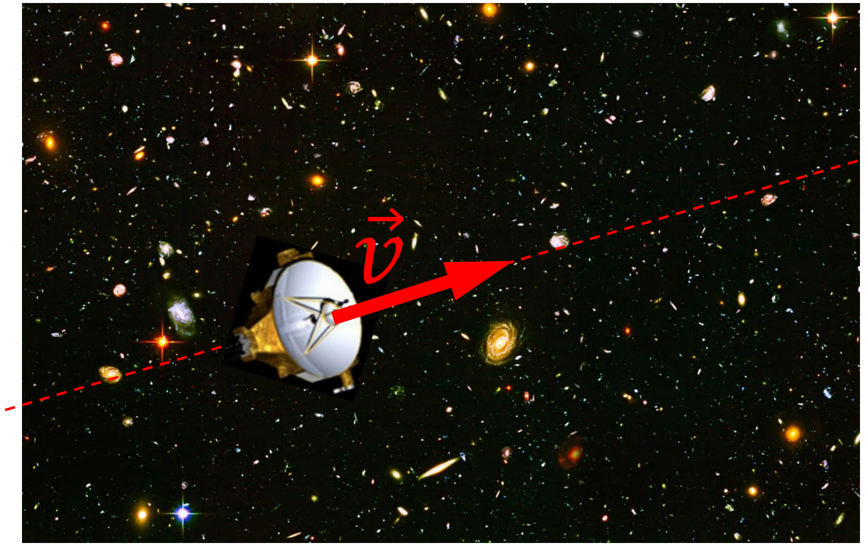
Dans un référentiel galiléen, un objet «libre», c'est-à-dire soumis à aucune force externe (ou la somme des forces est nulle), a toujours un vecteur vitesse constant. Cette caractéristique définit la notion de référentiel galiléen.

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a} = \vec{0}$$

L'accélération est nulle, c'est-à-dire pas de changement de vitesse **et** de direction.

Deux cas possibles :

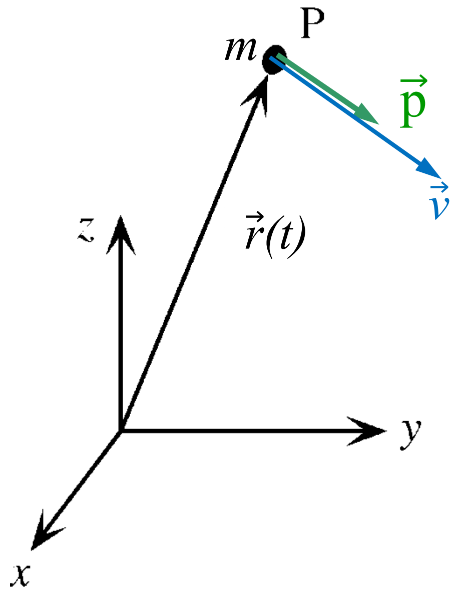
- mouvement rectiligne uniforme
- particule immobile



2.1. Quantité de mouvement : 1ère loi de Newton

1ère loi de Newton et quantité de mouvement

Un objet de masse m qui se déplace à la vitesse $\vec{v}$ possède une quantité de mouvement $\vec{p}$:



$$\boxed{\vec{p} = m\,\vec{v}}$$

1ère loi de Newton (ou loi d'inertie) :

Un corps conserve un mouvement rectiligne et uniforme si aucune force extérieure n'agit sur lui ou si la résultante des forces est nulle.

$$m\,\vec{v} = \vec{p} = \overrightarrow{constante} \quad si \quad \Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$$

Attention : ceci n'est vrai que dans un référentiel galiléen (appelé aussi referentiel inertiel)

2.1. Quantité de mouvement : 1ère loi de Newton

■ Notion de force

Une force correspond à une interaction s’exerçant sur un objet. Cela peut être, par exemple, l’attraction terrestre (force de gravitation) ou la force électrostatique (force électromagnétique).

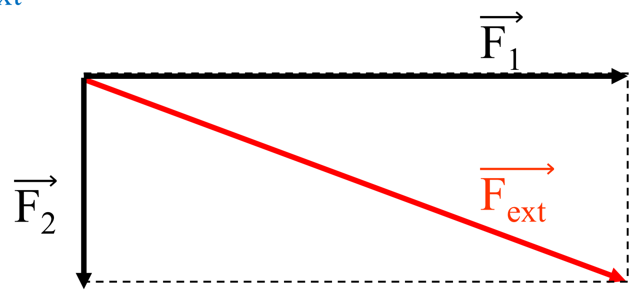
Une force s’exprime sous la forme d’un vecteur. Elle se caractérise par une direction, un sens, une intensité.

Lorsque plusieurs forces agissent sur un objet, celles-ci s’additionnent pour donner lieu à une seule force appelée résultante des forces externes (extérieures), que l’on note générallement $\overrightarrow{F_{ext}}$.

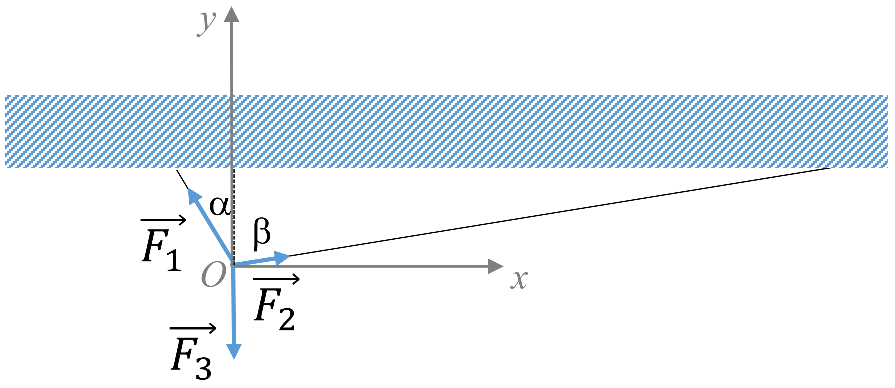
Résultante des forces : $\overrightarrow{F_{ext}} = \sum_i \overrightarrow{F_i}$

Exemple :

$\overrightarrow{F_{ext}} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$



Les composantes de $\overrightarrow{F_{ext}}$ sont obtenues en faisant la somme sur chacun des axes des projections de chaque force :



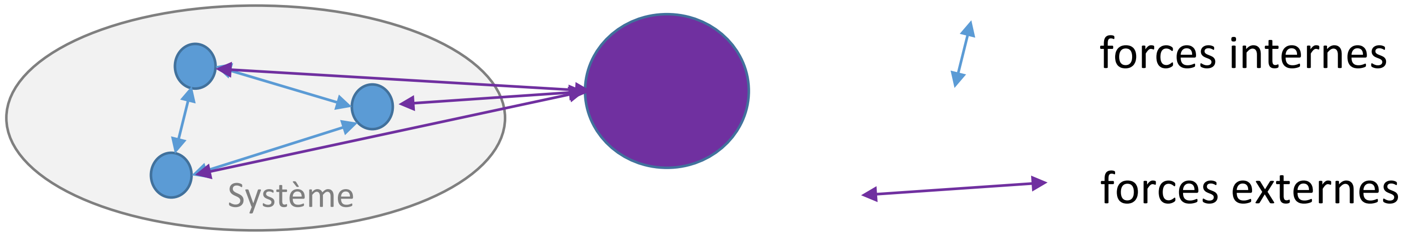
$$\overrightarrow{F_{ext}} = \sum_{i=1}^{3} \overrightarrow{F_i} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3}$$

On projette sur Ox et Oy :

$$\begin{cases} Ox : F_{ext,x} = -F_1 \sin\alpha + F_2 \sin\beta + 0 \\ Oy : F_{ext,y} = F_1 \cos\alpha + F_2 \cos\beta - F_3 \end{cases}$$

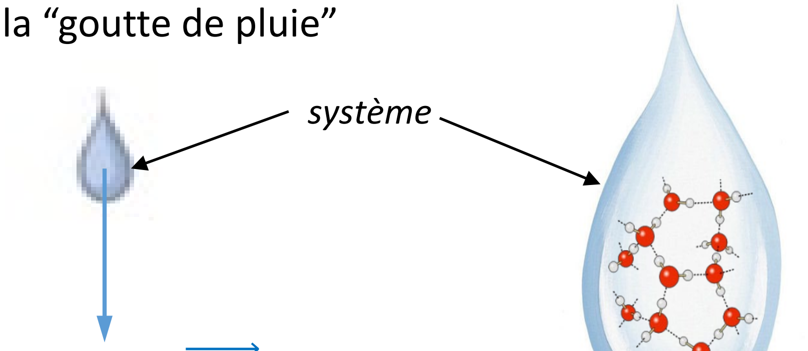
■ Force externe/Force interne

Pour définir une force externe, il faut définir ce qu’est un système. Un système est un ensemble d’objets qui peuvent être en interaction mutuelle à travers des forces dites internes. Toute force dont l’origine est extérieure au système est alors une force dite externe.



Exemple : une goutte de pluie

Le système est la “goutte de pluie”



$$\vec{F} = m\,\vec{g} = \overrightarrow{F_{ext}}$$

les forces d’interaction entre les molécules d’eau sont des forces internes au système “goutte de pluie”.

La force de gravitation est une force externe qui s’applique sur le système “goutte de pluie”.

2.1 Quantité de mouvement : 1ère loi de Newton

■ Quantité de mouvement d'un système de particules

La quantité de mouvement totale d'un système de plusieurs particules est la somme des quantités de mouvement de chaque particule.

$$\boxed{\vec{p} = \overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2} + \overrightarrow{p_3} + \ldots = \sum_i \overrightarrow{p_i}}$$

La quantité de mouvement est une grandeur extensive

La quantité de mouvement totale d'un système de plusieurs particules soumises à leurs seules interactions mutuelles (forces internes) est constante

$$\vec{p} = \overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2} + \overrightarrow{p_3} + \ldots = \sum_i \overrightarrow{p_i} = \overrightarrow{cte}$$

⇨ **conservation de la quantité de mouvement**

2.2. Conservation de la quantité de mvt : 2nd loi de Newton

2nd loi de Newton

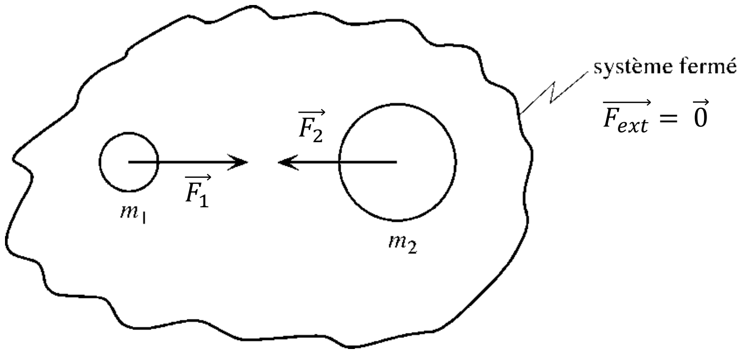
La dérivée par rapport au temps de la quantité de mouvement d'une particule est égale à la résultante des **forces extérieures** qui agissent sur celle-ci :

$$\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \dot{\vec{p}} = \sum_i \overrightarrow{F_{ext,i}} = \overrightarrow{F_{ext}}}$$

(fin XVIIème)

si m est constante : $\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \boxed{m\vec{a} = \overrightarrow{F_{ext}}}$

3ème loi de Newton



L'action est toujours **égale** et **opposée** à la réaction

⇩

Les actions de deux objets l'un sur l'autre sont toujours égales et de directions opposées

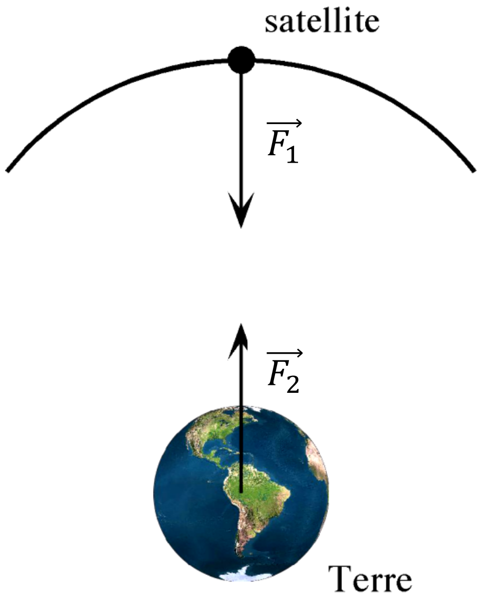
Démonstration de la 3ème loi de Newton :

Soient 2 objets dans un système fermé et isolé tel que les forces extérieures sont nulles

$$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0} \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0}$$ (2^{nd} loi de Newton) d'où $\vec{p}$ est constante

$$\vec{p} = \vec{p_1} + \vec{p_2} = \overrightarrow{cte} \quad \text{et} \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \frac{d\vec{p_1}}{dt} + \frac{d\vec{p_2}}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{p_1}}{dt} = -\frac{d\vec{p_2}}{dt} \quad \text{soit} \quad \boxed{\vec{F_1} = -\vec{F_2}}$$

3ème loi de Newton : exemples



forces de gravitation entre Terre et satellite

$$\vec{F_1} = -\vec{F_2}$$

Résumé des lois de Newton (dans référentiel galiléen)

1ère loi de Newton (ou loi d'inertie):

Une particule conserve un mouvement rectiligne uniforme si aucune force extérieure n'agit sur elle ou si la résultante des forces extérieures est nulle :

$$\boxed{m\,\vec{v} = \vec{p} = \overrightarrow{constante} \text{ si } \Sigma \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}}$$

2nd loi de Newton

La dérivée par rapport au temps de la quantité de mouvement d'une particule est égale à la résultante des forces **extérieures** qui agissent sur celle-ci :

$$\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \dot{\vec{p}} = \sum_i \overrightarrow{F_{ext,i}} = \overrightarrow{F_{ext}}}$$

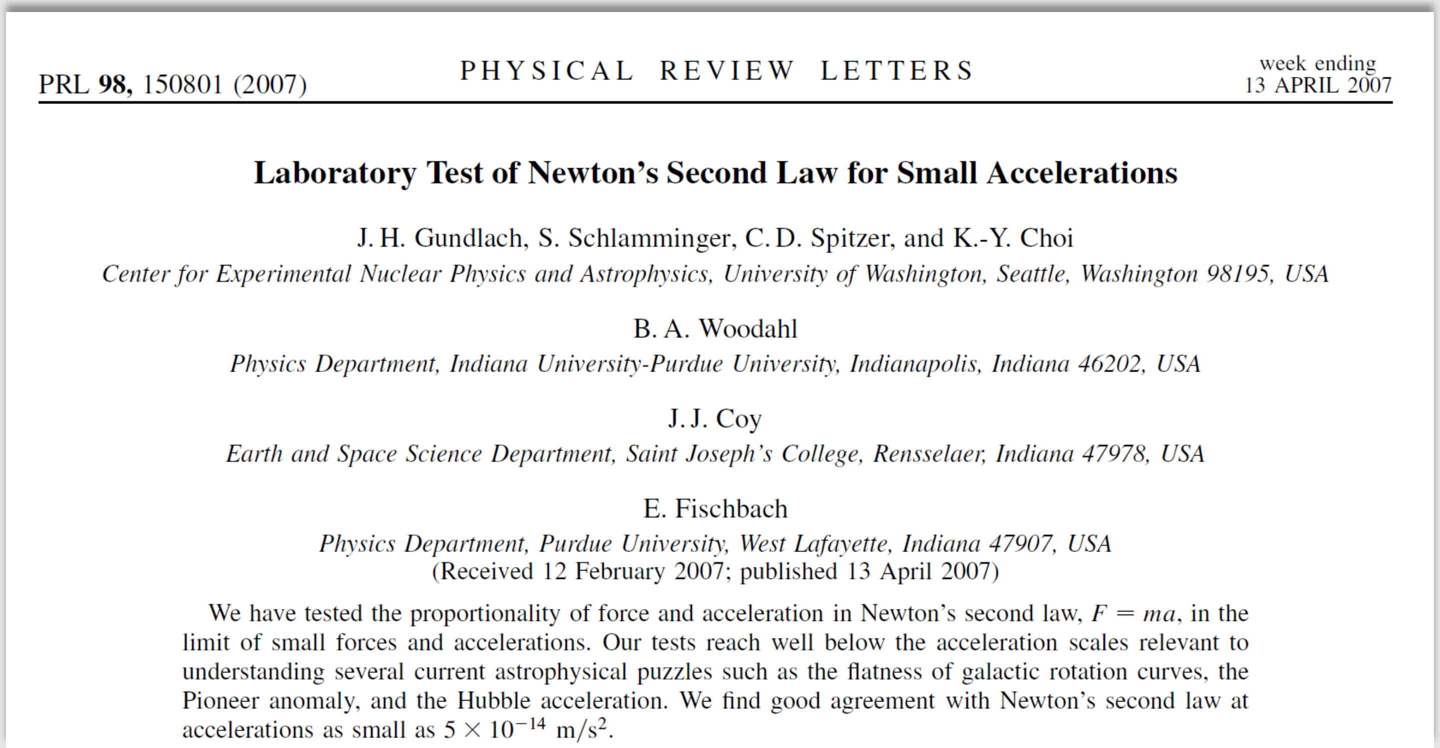
3ème loi de Newton : Principe d'action – réaction

L'action est toujours **égale** et **opposée** à la réaction

$$\boxed{\overrightarrow{F_1} = -\overrightarrow{F_2}}$$

Information scientifique : 2nd loi de Newton au XXI^{ème} siècle

La recherche sur la 2nd loi de Newton est toujours active 3 siècles plus tard. Les scientifiques ont montré que celle-ci était toujours valable même pour des forces extrêmement faibles (10^{-13} m.s^{-2}).


PRL **98,** 150801 (2007) PHYSICAL REVIEW LETTERS week ending 13 APRIL 2007

Laboratory Test of Newton's Second Law for Small Accelerations

J. H. Gundlach, S. Schlamminger, C. D. Spitzer, and K.-Y. Choi
Center for Experimental Nuclear Physics and Astrophysics, University of Washington, Seattle, Washington 98195, USA

B. A. Woodahl
Physics Department, Indiana University-Purdue University, Indianapolis, Indiana 46202, USA

J. J. Coy
Earth and Space Science Department, Saint Joseph's College, Rensselaer, Indiana 47978, USA

E. Fischbach
Physics Department, Purdue University, West Lafayette, Indiana 47907, USA
(Received 12 February 2007; published 13 April 2007)

We have tested the proportionality of force and acceleration in Newton's second law, $F = ma$, in the limit of small forces and accelerations. Our tests reach well below the acceleration scales relevant to understanding several current astrophysical puzzles such as the flatness of galactic rotation curves, the Pioneer anomaly, and the Hubble acceleration. We find good agreement with Newton's second law at accelerations as small as 5×10^{-14} m/s^2.